die Erhaltung des Organismus in größerem Zusammenhange handelt. Man pflegt die Wirkung des ersten Vagusstoffes als negativ chronotrop, inotrop, bathmotrop und dromotrop zu beschreiben (Verminderung der Frequenz und des Schlagvolumens, Erhöhung der Reizschwelle und Verlängerung der Überleitungszeit). Die Wirkung des zweiten Vagusstoffes wäre in diesem Falle als positiv chronotrop, inotrop, bathmotrop und dromotrop zu bezeichnen, wobei darauf hingewiesen werden muß, daß der Umfang dieser Wirkung von der jeweiligen Stoffwechsellage abhängt und von ihr beeinflußt wird. Bei Winterfröschen, bei denen die Verdauungsfunktion durch den Hungerzustand vollständig ausgeschaltet ist, ist das Aneurin nicht nur weniger wirksam, sondern es wird bei Vagusreizung entweder in geringerer Menge frei gesetzt, oder rascher beseitigt. Damit wird die Frage der Inaktivierung des zweiten Vagusstoffes aufgeworfen. Sie ist heute noch nicht zu beantworten. Wir haben beobachtet, daß auch der zweite Vagusstoff nach einiger Zeit inaktiviert wird und daß auch hier ein besonderer Mechanismus vorliegen muß. Die Inaktivierung ist aber nicht so rasch wie diejenige des ersten Vagusstoffes durch die Cholinesterase, so daß sehr oft die fördernde Wirkung des zweiten Vagusstoffes die dämpfende Wirkung des ersten Vagusstoffes überdauert.

Wir stehen ganz am Anfang einer durch die Auffindung des zweiten Vagusstoffes vorgezeichneten Entwicklung zu einer neuen Auffassung von der nervösen Steuerung des Herzens. Manche der skizzierten Gedanken werden vielleicht durch neue Befunde modifiziert werden. Wir glauben aber, daß dem Antagonismus der beiden neurohumoralen Vagusstoffe eine tiefe physiologische Bedeutung zukommt.

Summary

Acetylcholine was recognised to be the substance which was first described as "Vagusstoff" by OTTO LÖWI. It is the chemical mediator in all cholinergic nerves. Not only at the ending of a nerve, but also on its whole length acetylcholine can be formed and plays the rôle of an action-substance. It was discovered that *thiamin* is also set free from an insoluble precursor into a soluble form during excitation, on the whole length of a cholinergic nerve. Thiamin was designated as the second action-substance. The question arrose if there are two action-substances, whether there might not be two chemical mediators? Actually thiamin is set free on vagus stimulation in the heart and diffuses into the perfusion fluid. On stimulation of the sympathetic chain no thiamin is formed. The thiamin set free at the vagus endings is a very active inhibitor of the acetylcholine action on the heart. Crystalline thiamin shows this effect also, but only in very strong concentrations. The action of this active thiamin, which we call the second vagus-substance depends on the sugar metabolism in the heart. If this metabolism is great the inhibition is strong, if it is small inhibition is feeble. During the process of digestion the heart is functionally part of the digestive system. During this phase heart action is stimulated by the strong inhibitory effect of the second vagus substance on the acetylcholine action.

Das Problem der Bestimmung wahrer Meereshöhen und seine schweizerische Lösung

Von TH. NIETHAMMER, Basel

Unter der Meereshöhe eines Punktes versteht man die Länge desjenigen Stückes seiner Lotlinie, das zwischen dem Punkt und dem Meeresniveau liegt. Aus dieser Definition ist ersichtlich, daß Meereshöhen nicht direkt gemessen werden können, es sei denn, man lege die Lotlinie durch einen vertikalen Schacht frei und lasse das Meereswasser durch einen horizontalen Kanal bis zur Lotlinie des Punktes vordringen.

Zur Kenntnis von Meereshöhen gelangen wir nur dadurch, daß wir die Resultate zweier verschiedener Arten von Messungen miteinander kombinieren[1]. Die eine dieser Operationen, die in der Geodäsie als *geometrisches Nivellement* bezeichnet wird, besteht darin, daß man in der Mitte zwischen zwei Punkten, deren Höhendifferenz bestimmt werden soll, ein Fernrohr J aufstellt und mit seiner Hilfe eine horizontale Ziellinie absteckt (Fig. 1). An senkrechten Meßlatten, die in den beiden Punkten P' und P'' aufgestellt werden, liest man die

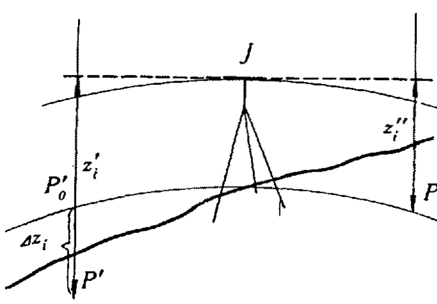

Fig. 1.

Zielhöhen z_i' und z_i'' ab und bildet deren Differenz

$$\Delta z_i' = z_i' - z_i''.$$

Schneidet die Niveaufläche des Punktes P'' die Lotlinie des Punktes P' im Punkt P_0', so ist der Abstand

[1] F. R. HELMERT, Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie, II. Teil (1884); CH. LALLEMAND, Nivellement de haute Précision (1889).

Δz_i der Punkte P_0' und P' nur dann gleich $\Delta z_i'$, wenn die Niveauflächen der Punkte J und P'' parallel sind und wenn die Depressionen der Niveaufläche von J gegenüber der Ziellinie im Vor- und Rückblick gleich groß sind. Im allgemeinen ist das nicht der Fall; man hat deshalb zu untersuchen, ob die Differenz

$$\Delta z_i - \Delta z_i' \equiv P'P_0' - \Delta z_i'$$

so klein ist, daß sie auch dann vernachlässigt werden darf, wenn man die Operation des Nivellierens an vielen aufeinanderfolgenden Punkten wiederholt und dann die Summe

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta z_i' = z_n'$$

bildet. Eine nähere Untersuchung zeigt, daß diese Vernachlässigung in Anbetracht der beim Nivellieren erreichbaren Genauigkeit immer erlaubt ist.

Wir bezeichnen die durch ein geometrisches Nivellement gewonnene Größe $z_n' = z_n$ als *Nivellementshöhe* des Punktes P. Liegt der Anfangspunkt A des Nivellements im Meeresniveau (siehe Fig. 2), so ist z_n nicht gleich der Meereshöhe H_n des Punktes P:

$$\sum_{A}^{P} \Delta z_i = z_n \neq H_n,$$

weil die Niveauflächen nicht parallel sind. Bei dem in der Figur angenommenen Verlauf der Niveau-

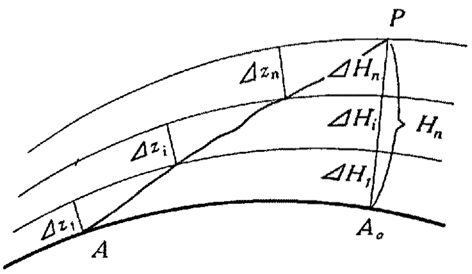

Fig. 2.

flächen liegen diese auf dem Nivellementsweg einander näher als in der Lotlinie des Punktes P; in diesem Fall ist

$$z_n < H_n.$$

Es gibt so viele verschiedene Nivellementshöhen z_n des Punktes P, als es Wege gibt, auf welchen man vom Punkt A im Meeresniveau zum Punkte P gelangen kann, d. h. unendlich viele. Die Nivellementshöhe eines Punktes ist nur dann eindeutig festgelegt, wenn man den Weg angibt, auf dem sie gewonnen wird.

Nivellementshöhen können in Meereshöhen umgerechnet werden, wenn man die Arbeit kennt, die geleistet werden muß, um eine bekannte Masse vom Meeresniveau in das Niveau des Punktes P zu bringen. Ist g_i die mittlere Schwerebeschleunigung längs der Nivellementshöhe Δz_i, so wird, wenn die Masse gleich 1 ist, beim Übergang vom Meeresniveau ins Niveau von P die Arbeit

$$A_n = \sum_{A}^{P} g_i \Delta z_i \tag{1}$$

geleistet. Diese Arbeit ist bekanntlich unabhängig vom Weg des Überganges; wenn dem nicht so wäre, so könnte man ein Perpetuum mobile konstruieren, indem man eine Masse auf dem Weg, auf dem die kleinere Arbeit geleistet wird, ins obere Niveau befördert und auf dem Weg der größeren Arbeitsleistung ins untere Niveau zurückkehren läßt.

Denken wir uns nun, es werde die Masse 1 in der Lotlinie des Punktes P vom Meeresniveau in das Niveau von P gebracht, so ist die Arbeit gleich

$$A_n = \sum_{A_0}^{P} G_i \Delta H_i,$$

wenn den Schwerebeschleunigungen g_i auf dem Nivellementsweg die Schwerebeschleunigungen G_i in der Lotlinie und den Nivellementshöhen Δz_i die wahren Höhendifferenzen ΔH_i entsprechen. Ist nun G_n die mittlere Schwerebeschleunigung in der Lotlinie von P, so daß

$$A_n = G_n H_n \equiv \sum_{A_0}^{P} G_i \Delta H_i \tag{2}$$

ist, so erhält man durch Gleichsetzung der Arbeitswerte (1) und (2):

$$H_n = \frac{1}{G_n} \sum_{A}^{P} g_i \Delta z_i. \tag{3}$$

Diese Beziehung sagt aus: die wahre Meereshöhe eines Punktes kann angegeben werden, wenn man 1) die durchschnittliche Schwerebeschleunigung in der Lotlinie des Punktes und 2) die Schwerebeschleunigungen längs der Nivellementslinie kennt.

Die zweite Art von Messungen, die neben dem geometrischen Nivellement ausgeführt werden müssen, besteht in der *Bestimmung der Schwerebeschleunigungen* g_i. Die ferner erforderliche Kenntnis der Durchschnittswerte G_n kann nur durch Rechnung erlangt werden.

In der Schweiz hat die Geodätische Kommission an 230 Stationen die Schwerebeschleunigung bestimmen lassen[1]. Die Methode der Bestimmung besteht darin, daß man die Schwingungszeit desselben Pendels sowohl an einer Referenzstation, wo die Schwere bekannt ist, als auch auf der Feldstation, deren Schwerewert gesucht wird, mißt und von den beobachteten Schwingungszeiten zum gesuchten Schwerewert übergeht; bekanntlich verhalten sich die Schwerewerte umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungszeiten.

Von den 230 Stationen liegen nur 125 an Nivellementslinien; da die Gesamtlänge des schweizerischen Nivellementsnetzes 3000 km beträgt, liegen die Sta-

[1] Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz, Band XII, XIII, XV und XVI, enthaltend die Schwerebestimmungen der Jahre 1900 bis 1918.

tionen durchschnittlich 24 km auseinander. Die Stationen müssen sich viel dichter folgen, wenn ihre Schwerewerte die Berechnung der Arbeitswerte A_n mit derjenigen Genauigkeit erlauben sollen, die der Genauigkeit des geometrischen Nivellements entspricht. Weitere g_i-Werte kann man sich aber durch das folgende Interpolationsverfahren verschaffen[1]. Man denkt sich die oberhalb des Meeresniveaus in der Umgebung der Schwerestation liegenden Massen weggenommen und rechnet den beobachteten Schwerewert um auf denjenigen Wert, den man auf dem frei gelegten Meeresniveau beobachtet hätte. Man hat zu dieser Umrechnung drei Reduktionen zu ermitteln. Durch die erste Reduktion wird der beobachtete Wert übergeführt in denjenigen Wert, den man auf einer ebenen Platte, deren Dicke gleich der Höhe der Station ist, beobachtet hätte. Die zweite Reduktion befreit dann diesen Wert von der Anziehung der ebenen Platte, und die dritte trägt der Änderung der Schwere in freier Luft beim Übergang vom Stationsniveau ins Meeresniveau Rechnung. Die so reduzierten Schwerewerte zeigen gegenüber den beobachteten Werten nur noch verhältnismäßig schwache, systematisch verlaufende Änderungen, so daß man leicht durch Kurven diejenigen Punkte miteinander verbinden kann, welche gleich große reduzierte Werte haben. Einer solchen Darstellung kann durch Interpolation der reduzierte Schwerewert eines ganz beliebigen Punktes entnommen werden. Den Schwerewert, den man hier an der Oberfläche beobachtet hätte, erhält man nun dadurch, daß man die für diesen Punkt geltenden drei Reduktionen berechnet und sie mit umgekehrten Zeichen am interpolierten reduzierten Wert anbringt. Dieses Interpolationsverfahren kann man dadurch völlig hypothesenfrei gestalten, daß die erste und zweite Reduktion, die von der Gesteinsdichte abhängig sind, nicht mit deren wahren Wert zu ermitteln sucht, sondern mit einem *konstanten* Wert der Gesteinsdichte berechnet. Die reduzierten Schwerewerte nehmen dann allerdings nicht die Werte an, die man, abgesehen von den Unsicherheiten der Rechnung, auf dem frei gelegten Meeresniveau beobachtet hätte, sondern sind davon systematisch abweichende Werte. Der hiebei begangene «Fehler» fällt aber im interpolierten Wert wieder heraus, wenn man nur zur Berechnung der beiden ersten, von der Gesteinsdichte abhängigen Reduktionen wieder denselben konstanten Wert der Gesteinsdichte verwendet.

Während der mittlere Fehler der direkt beobachteten Schwerewerte ± 1 bis $2 \cdot 10^{-3}$ gal ($=$ cm sec^{-2}) beträgt, ist der mittlere Fehler der interpolierten Werte auf $\pm 3 \cdot 10^{-3}$ gal $= \pm$ 3 mgal anzusetzen.

Nicht völlig hypothesenfrei sind die Durchschnittswerte G_n, die aus den beobachteten oder interpolierten Oberflächenwerten der Schwere unter Berücksichtigung der wirklichen Werte der Gesteinsdichten berechnet werden müssen[1]. Läge die Station auf einer ebenen Platte von konstanter Gesteinsdichte, so wäre der Wert der Schwere in der halben Meereshöhe der Station gleich dem gesuchten Durchschnittswert; er wird in diesem Falle dadurch erhalten, daß man den Oberflächenwert der Schwere vermindert um die Anziehung der ebenen Platte und dann die Änderung, welche die Schwere in freier Luft bei einer Verschiebung um die halbe Stationshöhe erleidet, anbringt. An dem so berechneten Wert ist nun noch eine Korrektion anzubringen, durch die die Abweichung der wirklichen Erdoberfläche von der angenommenen ebenen Platte und die wirkliche Gesteinsdichte berücksichtigt wird. Zur Berechnung der von der Topographie abhängigen, relativ kleinen Korrektion ist ein besonderes Verfahren entwickelt worden; wir verweisen dafür auf die spezielle Literatur[1].

Mit dem Nachweis, wie man sich die Kenntnis der g-Werte längs den Nivellementslinien und der G-Werte längs den Lotlinien verschaffen kann, ist grundsätzlich die Aufgabe, wahre Meereshöhen aus Nivellementshöhen abzuleiten, gelöst. Bei der praktischen Durchführung der Aufgabe stellt sich noch ein weiteres Problem; dieses geht darauf zurück, daß alle Messungen durch Fehler entstellt sind. Die Linien, längs welchen die Nivellementshöhen gemessen werden, bilden ein Netz von sogenannten «Polygonen». Durchläuft man ein solches Polygon, bis man zum Ausgangspunkt zurückkehrt, so ist die Summe der fehlerfreien Nivellementshöhen nicht gleich null:

$$\sum_{A}^{P=A} \Delta z_i \neq 0,$$

sondern es ist

$$\sum_{A}^{P=A} g_i \, \Delta z_i = 0. \tag{4}$$

Man nennt

$$\sum_{A}^{P=A} \Delta z_i = z_0$$

den Schlußfehler des Polygons. Setzt man in der Beziehung (4):

$$g_i = g_0 + (g_i - g_0),$$

worin g_0 ganz beliebig gewählt werden darf, so liefert sie:

$$z_0 = -\frac{1}{g_0} \sum_{A}^{P=A} (g_i - g_0) \, \Delta z_i .$$

Bei der Verwendung dieser Beziehung zur numerischen Berechnung des Schlußfehlers darf man abgerundete Werte der Nivellementshöhen verwenden. Es wird dadurch die Genauigkeit der Berechnung nicht beeinträchtigt; da man die Schwerewerte nicht

[1] TH. NIETHAMMER, Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen (1932); id., Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz, Band XX (1939).

[1] TH. NIETHAMMER, Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen (1932); id., Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz, Band XX (1939).

genauer als bis auf $\pm 2-3$ mgal ermitteln kann und erst einer Höhenänderung von 3 m eine Änderung der Schwere von 1 mgal entspricht, dürfen die g-Werte, die sich auf die genauen Nivellementshöhen beziehen, auch als gültig für die abgerundeten Nivellementshöhen angenommen werden. Es bezeichne $\Delta\bar{z}_i$ die abgerundete Nivellementshöhe. Zerlegt man den Arbeitswert A_n in folgender Weise:

$$\sum_A^{P=A} g_i \Delta z_i \equiv \sum_A^{P=A'} g_i \Delta\bar{z}_i + \sum_{P=A'}^{A} g_i \Delta z_i = 0, \tag{5}$$

so kann A' als Punkt der Lotlinie des Ausgangspunktes A aufgefaßt werden, der die Nivellementshöhe

$$\sum_A^{P=A'} \Delta\bar{z}_i = 0$$

hat, so daß

$$z_0 \equiv \sum_A^{P=A} \Delta z_i = \sum_A^{P=A'} \Delta\bar{z}_i + \sum_{P=A'}^{A} \Delta z_i = \sum_{P=A'}^{A} \Delta z_i$$

wird. Ist g_A der Schwerewert im Intervall A' bis A, so erhält man aus der Beziehung (5), da für das letzte Glied $g_A z_0$ gesetzt werden darf und $\sum_A^{A'} g_0 \Delta\bar{z}_i = 0$ ist:

$$z_0 = -\frac{1}{g_A} \sum_A^{P=A'} (g_i - g_0) \Delta\bar{z}_i .$$

Geht man von einem andern Anfangspunkt B aus, so erhält man

$$z_0 = -\frac{1}{g_B} \sum_B^{P=B'} (g_i - g_0) \Delta\bar{z}_i ,$$

da der Schlußfehler unabhängig von der Wahl des Anfangspunktes ist. Ist $g_A \neq g_B$, so ist also auch

$$\sum_B^{P=B'} (g_i - g_0) \Delta\bar{z}_i \neq \sum_A^{P=A'} (g_i - g_0) \Delta\bar{z}_i .$$

Auf diese Ungleichheit nimmt die numerische Rechnung, die abgerundete Werte $\Delta\bar{z}_i$ benützt, keine Rücksicht. Der Fehler, der daraus entsteht, ist zwar nicht erheblich, wenn nur ein innerhalb des Polygons vorkommender g-Wert an Stelle von g_A oder g_B benützt wird. Um den Fehler, der aus der Unbestimmtheit der Summe $\Sigma(g_i - g_0)\Delta\bar{z}_i$ entsteht, im Durchschnitt der möglichen Fälle so klein als möglich zu machen, nehmen wir dafür das arithmetische Mittel $\bar{g}$ der Schwerewerte in den Endpunkten der das Polygon bildenden Strecken. Um anzudeuten, daß es gleichgültig ist, von welchem Punkt des Polygons aus die Summe gebildet wird, führend wir die Gesamtzahl N der Strecken im Polygon ein und schreiben den Ausdruck für den Schlußfehler in der Form:

$$z_0 = -\frac{1}{\bar{g}} \sum_{i=1}^{N} (g_i - g_0) \Delta\bar{z}_i . \tag{6}$$

Von dem so berechneten Schlußfehler weicht der beobachtete Schlußfehler ab sowohl wegen der Fehler, die den eingeführten g_i-Werten anhaften, als wegen der Fehler, die man beim Nivellieren begangen hat. Die Unsicherheit des berechneten Schlußfehlers kann abgeschätzt werden. Hat ein Polygon eine Länge von etwa 200 km und kommen darin nur mäßige Höhendifferenzen im Betrag von einigen hundert Metern vor, so beträgt der mittlere Fehler des berechneten z_0-Wertes etwa ± 1 mm; er kann bei Polygonen, die im Alpengebiet liegen, auf das 3- bis 4fache dieses Betrages ansteigen.

Die Differenzen

$$z_0\,(\text{beobachtet}) - z_0\,(\text{berechnet}) \equiv w$$

müßten von der Größenordnung der Fehler der berechneten z_0-Werte sein, wenn die Nivellementshöhen fehlerfrei wären. Die Differenzen w, die sogenannten Widersprüche, liefern uns also einen Maßstab zur Beurteilung der Genauigkeit des geometrischen Nivellements. Was für Beträge diese Widersprüche annehmen können, ist aus der folgenden Tabelle ersichtlich. Die Angaben beziehen sich auf die Polygone des schweizerischen Landesnivellements, dessen Anlage aus der Fig. 3 hervorgeht; sie sind der von Dr. M. SCHÜRER im Auftrag der Schweizerischen Landestopographie durchgeführten Untersuchung «Die Reduktion und Ausgleichung des schweizerischen Landesnivellements» entnommen[1].

Polygon	Beobachteter Schlußfehler	Berechneter Schlußfehler	Widerspruch w
	mm	mm	mm
I	+ 37,63	+ 10,55	+ 27,08
II	+ 16,72	+ 19,56	− 2,84
III	+ 21,20	+ 14,37	+ 6,83
IV	+ 24,37	+ 1,19	+ 23,18
V	− 5,99	− 7,64	+ 1,65
VI	− 23,28	− 2,73	− 20,55
VII	− 3,11	− 0,05	− 3,06
VIII	+ 35,09	+ 5,39	+ 29,70
IX	+ 21,14	+ 4,37	+ 16,77
X	− 41,64	− 5,95	− 35,69
XI	+ 23,98	− 5,32	+ 29,30
XII	− 12,96	+ 5,24	− 18,20
XIII	− 58,03	− 61,49	+ 3,46
XIV	+ 25,81	+ 10,97	+ 14,84
XV	− 12,41	+ 21,12	− 33,55
XVI	+ 32,48	+ 1,93	+ 30,55
XVII	+ 24,18	− 2,56	+ 26,74
XVIII	− 45,69	− 29,57	− 16,12

Die Widersprüche sind nicht gleich null, aber in 14 von insgesamt 18 Polygonen ist, absolut genommen, der Widerspruch w kleiner als der beobachtete Schlußfehler; die Übereinstimmung des beobachteten Schlußfehlers mit dem berechneten ist besonders auffällig im Polygon XIII.

[1] M. SCHÜRER, Die Reduktion und Ausgleichung des schweizerischen Landesnivellements (1944). Annexe au Procès-verbal de la 88e Séance de la Commission géodésique suisse. En vente chez le Service topographique fédéral Wabern près Berne.

Bevor man von den beobachteten Nivellementshöhen zu den wahren Meereshöhen übergeht, müssen diese Widersprüche beseitigt werden – das ist das weitere Problem, von dem oben die Rede war. Dieses Problem wird von der Ausgleichungsrechnung in folgender Weise gelöst. Man zerlegt das Netz der Polygone in die zwischen den Verzweigungspunkten liegenden Strecken; es sind deren 48 im schweizerischen Netz. Die *beobachtete* Nivellementshöhe der einzelnen Strecke sei nun z_i' $(i = 1, 2, \ldots, 48)$. An diesen Werten Die Koeffizienten $p, q, r, \ldots$ nehmen nur die Werte $+1, -1$ oder 0 an.

Sind h_i die Gewichte der beobachteten Nivellementshöhen, so sind die Verbesserungen λ_i so zu bestimmen, daß

$$\sum_{i=1}^{48} \lambda_i^2 h; \, (h_i)$$

den kleinstmöglichen Wert annimmt und daß gleichzeitig die obigen 18 Bedingungsgleichungen erfüllt

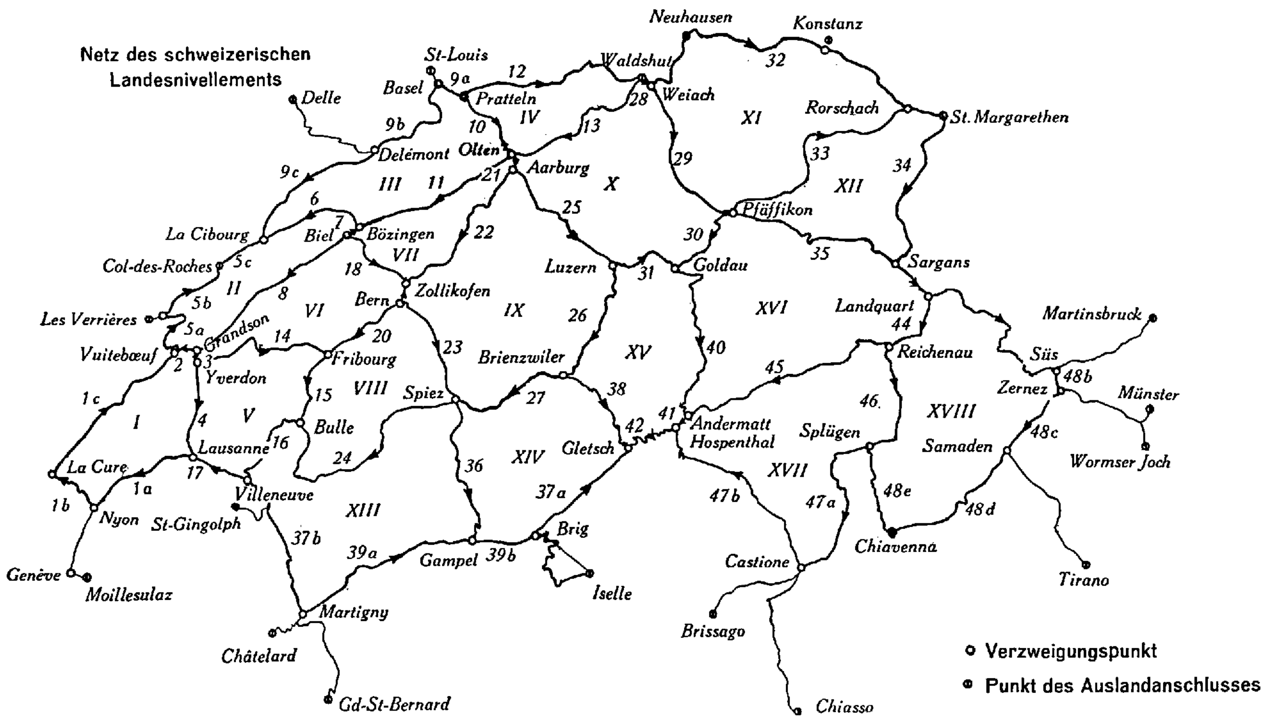

Fig. 3.

sind Verbesserungen λ_i $(i = 1, 2, \ldots)$ anzubringen, so daß in jedem Polygon die Summe der darin auftretenden z' und λ gleich dem berechneten Schlußfehler wird:

$$\sum (z_i' + \lambda_i) = z_0 \text{ (ber.)}$$

oder da

$$\sum z_i' - z_0 = w$$

ist:

$$\sum \lambda_i + w = 0\,.$$

Im Polygon IV z. B. lautet diese Bedingung

$$-\lambda_{10} + \lambda_{12} + \lambda_{13} + 23{,}18 \text{ mm} = 0\,.$$

Allgemein haben diese Bedingungen die Form:

$$\left.\begin{aligned} p_1\lambda_1 + p_2\lambda_2 + \ldots\ldots + p_{48}\lambda_{48} + w_I &= 0 \\ q_1\lambda_1 + q_2\lambda_2 + \ldots\ldots + q_{48}\lambda_{48} + w_{II} &= 0 \\ r_1\lambda_1 + r_2\lambda_2 + \ldots\ldots + r_{48}\lambda_{48} + w_{III} &= 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \begin{array}{l}\text{18 Bedingungs-}\\ \text{gleichungen}\\ \text{in schweize-}\\ \text{rischem Netz}\end{array}$$

werden. Die Gewichte dürfen erfahrungsgemäß den reziproken Streckenlängen proportional angenommen werden.

Die Lösung dieser Aufgabe verlangt die Durchrechnung des folgenden Systems[1]. Zur Abkürzung setzt man

$$\sum \frac{pp}{h} = (pp)\,,$$

$$\sum \frac{pq}{h} = (pq)\,, \quad \sum \frac{qq}{h} = (qq)\,,$$

$$\sum \frac{pr}{h} = (pr)\,, \quad \sum \frac{qr}{h} = (qr)\,, \quad \sum \frac{rr}{h} = (rr)\,,$$

$$\ldots\ldots \quad , \quad \ldots\ldots \quad , \quad \ldots\ldots$$

Man hat dann die Gleichungen

$$\begin{aligned} (pp)\,k_1 + (pq)\,k_2 + (pr)\,k_3 + \ldots\ldots + w_I &= 0\,, \\ (pq)\,k_1 + (qq)\,k_2 + (qr)\,k_3 + \ldots\ldots + w_{II} &= 0\,, \\ (pr)\,k_1 + (qr)\,k_2 + (rr)\,k_3 + \ldots\ldots + w_{III} &= 0\,, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

[1] Vgl. F. R. HELMERT, Die Ausgleichungsrechnung, 2. Auflage, S. 232ff. (1907).

nach den Größen $k_1, k_2, \ldots, k_{18}$, den sogenannten Korrelaten, als Unbekannten aufzulösen. Die gesuchten Verbesserungen λ_i ($i = 1, 2, \ldots, n = 48$) folgen dann aus den Beziehungen

$$\lambda_1 h_1 = k_1 p_1 + k_2 q_1 + k_3 r_1 + \ldots\ldots,$$
$$\lambda_2 h_2 = k_1 p_2 + k_2 q_2 + k_3 r_2 + \ldots\ldots,$$
$$\lambda_3 h_3 = k_1 p_3 + k_2 q_3 + k_3 r_3 + \ldots\ldots,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\lambda_n h_n = k_1 p_n + k_2 q_n + k_3 r_n + \ldots\ldots.$$

Von den 48 nach diesem Verfahren bestimmten Verbesserungen λ des schweizerischen Netzes liegen, absolut genommen,

bei durchschnittlicher Streckenlänge von	
32 km	26 zwischen 0 und 5 mm
65 km	15 zwischen 5 und 10 mm
88 km	5 zwischen 10 und 15 mm
134 km	2 zwischen 15 und 25 mm

Aus der Summe der Quadrate aller Verbesserungen λ läßt sich der mittlere Fehler der Gewichtseinheit, das ist der mittlere Fehler der auf einer Strecke von 1 km beobachteten Nivellementshöhe berechnen; er ergibt sich zu $\pm 1{,}40$ mm. Der Nivellementshöhe zweier Punkte, die auf dem Nivellementsweg eine Entfernung von $L = 400$ km haben, kommt also ein mittlerer Fehler von

$$\pm 1{,}40 \sqrt{L} = \pm 28 \text{ mm}$$

zu.

Von der Internationalen geodätischen Assoziation wird ein Nivellement als «Nivellement von hoher Präzision» bezeichnet, wenn der wahrscheinliche 1-km-Fehler nicht mehr als $\pm 2{,}0$ mm, der mittlere 1-km-Fehler also nicht mehr als $\pm 2{,}0 : 0{,}6745 = \pm 3$ mm beträgt. Daß der mittlere 1-km-Fehler im schweizerischen Landesnivellement erheblich unter diesem Betrag bleibt, ist um so bemerkenswerter, als die starken Steigungen der Bergstraßen die Einhaltung dieser Genauigkeitsgrenze erschweren.

Mit den ausgeglichenen Nivellementshöhen kann man nun in die Beziehung (3) eingehen, um wahre Meereshöhen abzuleiten. Als Ausgangspunkt des schweizerischen Landesnivellements dient aber nicht ein Punkt im Meeresniveau, sondern der Fixpunkt, den General Dufour im Jahre 1820 auf einem erratischen Block im Hafen von Genf, der Pierre du Niton, hat anbringen lassen. Die Meereshöhe dieses Punktes ist zu 373,600 m angesetzt worden auf Grund der Anschlüsse des schweizerischen Nivellementsnetzes an die Nivellements der angrenzenden Länder (Frankreich, Deutschland, Österreich, Italien)[1]. Bei der Übertragung des Mittelwassers der Meere, an welches die Nivellements dieser Nachbarländer angeschlossen sind, wurden nicht die wirklichen Schwereverhältnisse berücksichtigt; es wurde nur der normalen Schwerkraft γ Rechnung getragen gemäß der Formel

$$\gamma = \gamma_0 (1 - \alpha \cos 2\varphi - \beta H),$$

in welcher γ_0, α und β Konstanten sind und φ die geographische Breite bezeichnet. Der angenommene Wert für die Höhe der Pierre du Niton kann deshalb nur als Annäherung gelten.

Ist H_A die Höhe des Ausgangspunktes und G_A die mittlere Schwere in seiner Lotlinie, so tritt an Stelle der Beziehung (3):

$$G_n H_n = G_A H_A + \sum_A^P g_i \Delta z_i. \tag{7}$$

Hierin ersetzen wir die aus der Ausgleichung hervorgegangenen Werte Δz_i durch die abgerundeten Werte $\Delta \bar{z}_i$. Ist P' der Punkt der Lotlinie von P, dem die Nivellementshöhe

$$\sum_A^{P'} \Delta \bar{z}_i = \bar{z}_n$$

zukommt, so ist

$$G_n H_n = G_A H_A + \sum_A^{P'} g_i \Delta \bar{z}_i + g_P (z_n - \bar{z}_n).$$

Setzt man hierin

$$g_i = (g_i - g_0) + g_0,$$
$$G_A = (G_A - G_n) + G_n,$$

ferner

$$g_P = (\bar{g} - G_n) + G_n,$$

indem man aus dem gleichen Grunde wie bei der Ableitung der Formel (6) für den Schlußfehler den Schwerewert g_P im Intervall $P'P$ durch den Mittelwert $\bar{g}$ des Polygons ersetzt, so erhält man zur Berechnung der Differenz

$$(H_n - H_A) - z_n \equiv C,$$

das ist die Reduktion auf wahre Meereshöhe, die Beziehung

$$C \cdot G_n = \sum_A^{P'} (g_i - g_0) \Delta \bar{z}_i + (G_A - G_n) H_A + (g_0 - G_n) \bar{z}_n + \\ + (\bar{g} - G_n)(z_n - \bar{z}_n). \tag{8}$$

Weicht $\bar{z}_n$ von z_n nur um 1 bis 2 Dezimeter ab, so darf der Einfluß des letzten Gliedes rechterhand auf die Reduktion C vernachlässigt werden; die Reduktion von z_n auf wahre Meereshöhe ist dann nicht als verschieden von der Reduktion des Punktes P' mit der Nivellementshöhe $\sum_A^{P'} \Delta \bar{z}_i$ zu betrachten.

Zur Illustration berechnen wir die Meereshöhe von Basel gegen die Pierre du Niton nach der Beziehung (8,) indem wir, wie es in der Abhandlung von Dr. SCHÜRER

[1] J. HILFIKER, Untersuchung der Höhenverhältnisse der Schweiz im Anschluß an den Meereshorizont, Verlag der Abteilung für Landestopographie, Bern (1902).

geschieht, zwei verschiedene Wege einschlagen; es führt

Weg 1 über Nyon–La Cure–Vuitebœuf–La Ciborg–Delémont,

Weg 2 über Nyon–Lausanne–Yverdon–Grandson–Biel–Olten

nach Basel. Die Ausgangsdaten sind:

G_n	$= 980{,}806$ gal	$\bar{z}_n$	$= -10440$ cm
$G_A - G_n$	$= -0{,}189$ gal	$(z_n - \bar{z}_n)_1$	$= +171{,}507$ cm
$g_0 - G_n$	$= -0{,}806$ gal	$(z_n - \bar{z}_n)_2$	$= +167{,}059$ cm
$\bar{g} - G_n$	$= -0{,}156$ gal.		

Man erhält damit, indem das Summenglied in (8) der SCHÜRERschen Arbeit entnommen wird:

	Weg 1	Weg 2	
$\sum_A^{P'} (g_i - g_0) \Delta \bar{z}_i$	$-13617{,}77$	$-9256{,}11$	cm gal
$(G_A - G_n) H_A$.	$-7061{,}04$	$-7061{,}04$	cm gal
$(g_0 - G_n) \bar{z}_n$ ..	$+8414{,}64$	$+8414{,}64$	cm gal
$(\bar{g} - G_n)(z_n - \bar{z}_n)$	$-26{,}76$	$-26{,}06$	cm gal
Σ	$-12290{,}93$	$-7928{,}57$	cm gal
$C = \Sigma : G_n$ ...	$-12{,}532$	$-8{,}084$	cm
z_n	$-10268{,}493$	$-10272{,}941$	cm
$H_n - H_A$	$-10281{,}024$	$-10281{,}025$	cm
H_A	$+37360$	$+37360$	cm
H_n	$27078{,}976$	$27078{,}975$ [1]	cm

Die Übereinstimmung der auf den beiden Wegen gefundenen Werte ist nur eine Rechenkontrolle; sie darf nicht als Kriterium der Genauigkeit aufgefaßt werden.

Das von $\bar{g}$ abhängige Glied in der Beziehung (8) darf hier wegen des großen Betrages, um welchen z_n und $\bar{z}_n$ voneinander abweichen, nicht vernachlässigt werden.

Die Beträge der Reduktion C auf wahre Meereshöhen sind mit $-12{,}5$ und $-8{,}1$ cm relativ groß in Anbetracht des geringen Höhenunterschiedes von 102 m. Zu welchen Beträgen die Reduktion im Alpengebiet ansteigen kann, mag das folgende Beispiel zeigen. Die auf dem kürzesten Weg gewonnene Nivellementshöhe des Großen St. Bernhards über Pierre du Niton ist:

$$z_n = 2096{,}569 \text{ m}$$

Die Reduktion C erhöht diesen Wert um

$$C = +0{,}348 \text{ m}$$

auf
$$H_n - H_A = 2096{,}917 \text{ m}.$$

In der SCHÜRERschen Abhandlung sind die wahren Meereshöhen über Pierre du Niton von allen Grenzpunkten gegeben, an welchen das schweizerische Landesnivellement an die Nivellements der Nachbarländer angeschlossen werden kann. Die Bedeutung und der Wert der Resultate, welche durch die Reduktion und die Ausgleichung des schweizerischen Landesnivellements gewonnen worden sind, wird sich erst erweisen, wenn ähnliche Arbeiten der Nachbarländer erlauben werden, den schweizerischen Nivellementhorizont an das Mittelwasser der europäischen Meere anzuschließen.

Dynamische Höhen. Die Durchschnittswerte G_n sind von der Dichte der Gesteinsmassen abhängig. Da diese Dichtewerte nicht genau bekannt sind, hat man, um die damit verbundene Unsicherheit zu umgehen, vorgeschlagen, überhaupt von der Ableitung wahrer Meereshöhen abzusehen und die Lage eines Punktes der Erdoberfläche durch den ihm zukommenden Arbeitswert

$$A_n = \sum_A^P g_i \Delta z_i$$

zu charakterisieren; diese Arbeitswerte, die berechnet werden können mit Hilfe von Größen, die der direkten Messung an der Erdoberfläche zugänglich sind, enthalten keinen hypothetischen Einschlag.

Bezieht man diese Arbeitswerte A_n auf eine Einheit, die rund 980mal größer ist als die ihnen im CGS-System zukommende Einheit, so nehmen sie Zahlenwerte an, die sich nicht stark von den in cm ausgedrückten Meereshöhen unterscheiden. Man hat zur Bezeichnung der so umgerechneten Arbeitswerte den Ausdruck *dynamische Höhen* geprägt. Ist die neue Einheit $\gamma_0$mal größer, so sind die dynamischen Höhen H_n^d definiert durch die Beziehung

$$H_n^d = \frac{1}{\gamma_0} \sum_A^P g_i \Delta z_i .$$

Zur numerischen Berechnung dynamischer Höhen pflegt man für γ_0 den Zahlenwert der normalen Schwere im Meeresniveau und in 45° geographischer Breite zu benützen, das ist

$$\gamma_0 = 980{,}629 .$$

Die dynamischen Höhen sind mit den wahren Meereshöhen verbunden durch die Beziehung

$$H_n = \gamma_0 \frac{H_n^d}{G_n} .$$

Verbindet man zwei Punkte P_a und P_b von gleicher Meereshöhe durch einen Kanal, so weiß der Erbauer nicht, in welcher Richtung das eingeleitete Wasser den Kanal durchfließt. Gibt man dem Kanal ein kleines «Gefälle» von P_a nach P_b, so kann es theoretisch vorkommen, daß das Wasser von P_b nach P_a abfließt. Nur wenn die wahre Höhe H_b' desjenigen Punktes der Lotlinie von P_b, der die gleiche dynamische Höhe hat wie der Punkt P_a, größer ist als H_b, wird der Abfluß sicher in der Richtung des «Gefälles» vor sich gehen. Ist dagegen H_b' kleiner als H_b, so muß die Absenkung größer als $H_b - H_b'$ gemacht werden. Praktisch spielt der Unterschied zwischen H_b und H_b' keine Rolle,

[1] Der hier abgeleitete Wert von H_n weicht um $+0{,}026$ cm ab vom Wert der SCHÜRERschen Abhandlung, weil in dieser für $(\bar{g}-G)$ der weniger zutreffende Wert $-0{,}306$ (statt $-0{,}156$) verwendet wurde; praktisch ist die Abweichung bedeutungslos.

da es sich bei einigen Kilometern Kanallänge nur um wenige Zentimeter handeln kann.

Bemerkungen zur Terminologie. Bevor es möglich war, bei der Reduktion des geometrischen Nivellements von den wirklichen Schwereverhältnissen auszugehen, hat man sich darauf beschränkt, wenigstens den Einfluß der normalen Schwere in Rechnung zu stellen. Die so berechneten Reduktionen der beobachteten Nivellementshöhen hat man als *orthometrische* Reduktionen bezeichnet. In diesem Sinn ist der Ausdruck «orthometrisch» noch ausschließlich in der 1902 erschienenen Schrift «Untersuchung der Höhenverhältnisse der Schweiz» von Dr. J. HILFIKER gebraucht worden[1]. Später ist dieser Begriff auch zur Bezeichnung wahrer Meereshöhen verwendet worden, und man hat von orthometrischer Reduktion gesprochen, wenn man die Reduktion der Nivellementshöhe auf wahre Meereshöhe meinte. Um die neue Verwendung von der alten zu unterscheiden, mußte man zu ergänzenden Bezeichnungen greifen und hat von «gravimetrisch-orthometrischer» oder von «sphäroidisch-orthometrischer» Reduktion geredet, je nachdem die wirklichen oder nur die normalen Schwereverhältnisse der Berechnung zugrunde gelegt werden.

Da der Begriff «orthometrisch» nicht in eindeutigem Sinn gebraucht wird, ist es inkonsequent, von orthometrischen Höhen zu sprechen, wenn damit wahre Meereshöhen gemeint sind. Um nicht zu neuen Verwechslungen Anlaß zu bieten, haben wir hier, wie schon in der Abhandlung «Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen», den Begriff «orthometrisch» als überflüssig vermieden. Es kann kein Mißverständnis entstehen, wenn man einfach «Reduktion auf wahre Meereshöhe» statt «gravimetrisch-orthometrische Reduktion» und «sphäroidische Reduktion» statt «sphäroidisch-orthometrische Reduktion» sagt.

[1] J. HILFIKER, Untersuchung der Höhenverhältnisse der Schweiz im Anschluß an den Meereshorizont, Verlag der Abteilung für Landestopographie, Bern (1902).

Summary

The gravity values determined in Switzerland by the Swiss geodetic Commission enable us to compute the closing errors in the polygones of the levelling net of the survey. The observed errors do not agree with the computed errors; the differences between the one and the other must be eliminated by a computation of compensation. There results from this computation also a mean error for 1 km; it amounts to $\pm 1{,}40$ mm, so that the mean error of a levelling altitude difference measured over a length of 400 km is equal to $\pm 1{,}40\ \sqrt{400} = \pm 28$ mm.

The intrinsic altitude of a point, i. e. the length of the plumbline between the point and the sea level, can only be indicated if the mean gravity value along the plumbline is known. This value can be derived by computation from the surface gravity value of the point. The differences between the levelling altitude and the intrinsic altitude amount to 1 dm in flat regions and reach 3—4 dm in the Alps.

Über Seuchenzüge bei pflanzlichen Infektionskrankheiten

Von ERNST GÄUMANN, Zürich

Unter einer *Epidemie* verstehen wir das örtlich gehäufte Auftreten einer Infektionskrankheit innerhalb eines begrenzten Zeitintervalls. Wenn eine Epidemie von altersher in einem Gebiet heimisch, endemisch ist, z. B. in Mitteleuropa der Schwarzrost des Getreides oder die Rotfäule der Fichten, so spricht man von einer *Endemie*.

Falls eine in einem bestimmten Gebiet heimische Infektionskrankheit ausbricht und unter Auslösung von Massenerkrankungen rasch auf ein neues Gebiet übergreift, so erhält die Eroberung des neuen Areals den Charakter einer *progressiven Epidemie*, eines *Seuchenzuges;* erstreckt sich der Seuchenzug über mehrere Kontinente und verursacht hier ein Massensterben, so spricht man von einer *Pandemie*.

Die *Voraussetzungen* für das Zustandekommen einer progressiven Epidemie sind im Pflanzenreich dieselben wie bei den epidemischen Erkrankungen des *Menschen:* es müssen auf seiten des Wirtes, des Erregers und der Umweltbedingungen *gleichzeitig* eine Reihe von Bedingungen erfüllt sein, insbesondere

auf seiten des Wirtes ein reichliches Angebot anfälliger Individuen, verursacht durch
- *a*) eine *Häufung* der anfälligen Individuen;
- *b*) eine *erhöhte* Krankheitsbereitschaft derselben, und
- *c*) die Anwesenheit geeigneter *Zwischenwirte;*

auf seiten des Erregers das Bestehen einer *Seuchenfähigkeit,* d. i. eines großen *epidemiologischen Potentials,* bedingt durch
- *d*) die Anwesenheit eines *aggressiven* Erregers;
- *e*) eine große *Reproduktionskraft* desselben;
- *f*) eine leichte *Ausstreubarkeit* des Erregers, und
- *g*) *plastische Entwicklungsansprüche* des Erregers; und

auf seiten der Umweltbedingungen
- *h*) Optimale *Witterungsverhältnisse* für die Entwicklung des Erregers (Meteoropathologie).